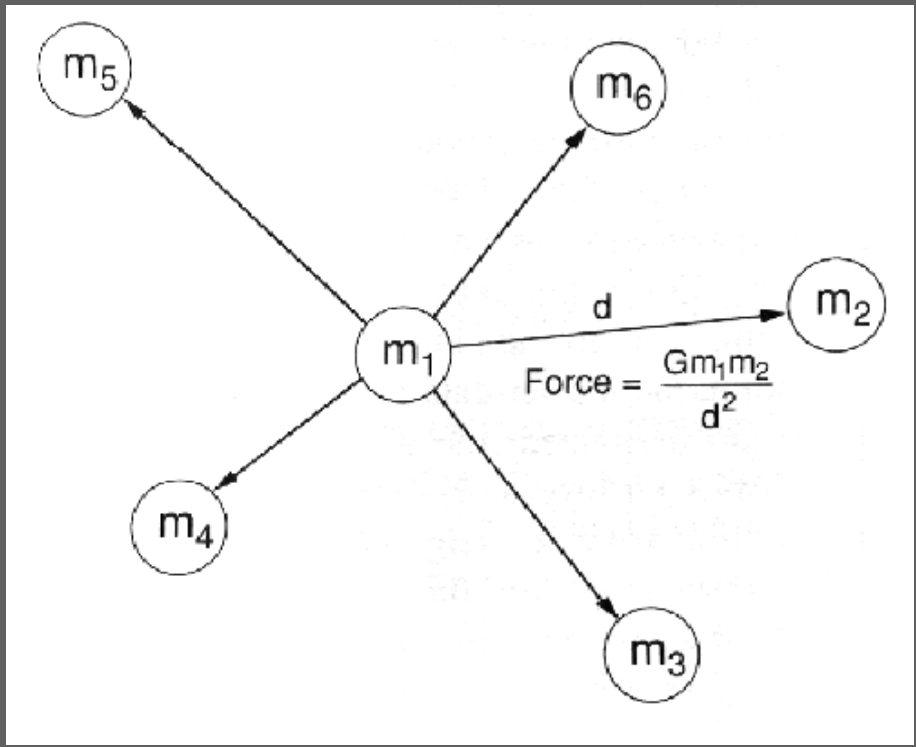
Παράλληλη Επεξεργασία
Κεφάλαιο 9ο
Επιμερισμός Δεδομένων

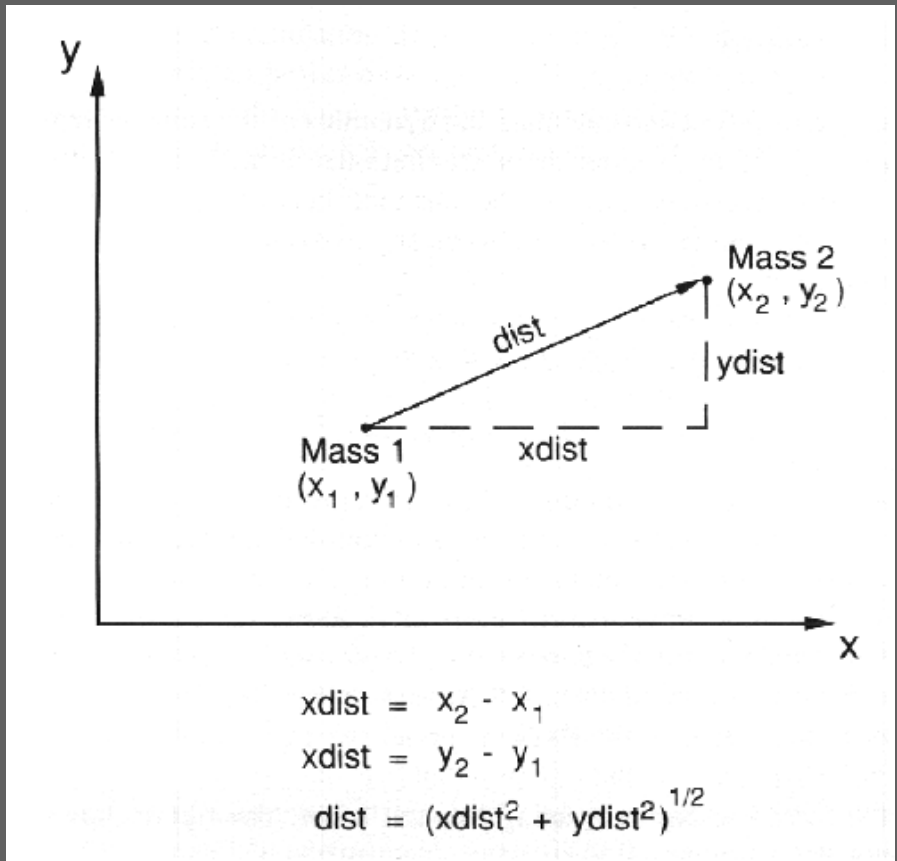
Κωνσταντίνος Μαργαρίτης
Καθηγητής
Τμήμα Εφαρμοσμένης Πληροφορικής
Πανεπιστήμιο Μακεδονίας
kmarg@uom.gr
http://eos.uom.gr/~kmarg

Αρετή Καπτάν
Υποψήφια Διδάκτορας
Τμήμα Εφαρμοσμένης Πληροφορικής
Πανεπιστήμιο Μακεδονίας
areti@uom.gr
http://eos.uom.gr/~areti

Πρόβλημα Ν σωμάτων στην Αστροφυσική



Υπολογισμός Δυνάμεων Βαρύτητας



$$xdist = x_2 - x_1$$

$$xdist = y_2 - y_1$$

$$dist = (xdist^2 + ydist^2)^{1/2}$$

Πρόβλημα Ν σωμάτων σε Παράλληλο Σύστημα Διαμοιραζόμενης Μνήμης

```
PROGRAM Nbody;
CONST        n=100;          (*Αριθμός των σωμάτων*)
             G=...;          (*Σταθερά βαρύτητας*)
TYPE
bodytype=RECORD
     mass, x, y: REAL; (*Μάζα και θέση*)
END;
forcetype=RECORD
   x, y: REAL; (*Δύναμη στις κατευθύνσεις x και y*)
END;
VAR          body: ARRAY [1..n] OF bodytype; (*Αρχικός πίνακας δεδομένων*)
             force: ARRAY [1..n] OF forcetype; (*προκύπτουσες δυνάμεις*)
             i: INTEGER;

PROCEDURE FindForce(me: INTEGER);
VAR          j: INTEGER;
             xdist, ydist, dist, distsq, pull: REAL;
BEGIN
  force[me].x:= 0;  force[me].y:= 0;
  FOR j:= 1 TO n DO (*Εξέταση κάθε άλλου σώματος*)
  IF j <> me DO BEGIN
             xdist:= body[j].x - body[me].x;
             ydisst:= doby[j].y - body[me].y;
             distsq:= xdist*xdist + ydist*ydist;
             dist:= Sqrt(distsq); (*Απόσταση μεταξύ των σωμάτων*)
             pull:= G*body[me].mass * body[j].mass/distsq;
             force[me].x:= force[me].x + pull*xdist/dist; (*Η δύναμη x*)
             force[me].y:= force[me].y + pull*ydist/dist; (*Η δύναμη y*)
  END;
END;
```

```
BEGIN

  .... (*Αρχικοποίηση του πρωταρχικού
πίνακα “body”*)

FORALL i:= 1 TO n DO
(*Δημιουργία των διεργασιών*)
   FindForce(i);
END.
```

Πρόβλημα Ν σωμάτων σε Παράλληλο Σύστημα Κατανεμημένης Μνήμης

```
For each body i in my “permanenet partition” do
        For each body j in the “circulating partition” do
                Compute force exerted by body j on body i;
Send circulating partition to the right-neighbor process;
Receive new circulating partition from left-neighbor process;
```

Πρόβλημα Ν Σωμάτων σε Δακτύλιο 25 επεξεργαστών

```
PROGRAM Nbody;
ARCHITECTURE RING(25);
CONST       n=100; (*Αριθμός των σωμάτων*)
            numproc=25; (*Αριθμός των διεργασιών*)
            partsize=4; (*Μέγεθος κάθε τμήματος*)
            G=...;          (*Σταθερά βαρύτητας*)
TYPE        bodytype=       RECORD
                              m, x, y: REAL; (*Μάζα και θέση*)
            END;
            forcetype=      RECORD;
                              x, y:REAL; (*Δύναμη στις κατευθύνσεις x και y*)
            END;
            parttype=       ARRAY [1..partsize] OF bodytype;
            resulttype=ARRAY [1..partsize] OF forcetype;
VAR         bodies: ARRAY [1..numproc] OF parttype; (*Αρχικός πίνακας δεδομένων*)
            finalforce: ARRAY [1..numproc] OF resulttype; (*Προκύπτουσες δυνάμεις*)
            i, j: INTEGER;
            inchan: ARRAY [1..numproc] OF CHANNEL OF parttype;      (*Επικοινωνία*)

PROCEDURE FindForce(me: INTEGER; body: parttype; (*Το μόνιμο τμήμα*)
            VAR result: resulttype); (*Για να σταλούν πίσω τα αποτελέσματα*)
VAR         i, j, k: INTEGER;
            circ: parttype;    (*Περιστρεφόμενο τμήμα*)
            force: resulttype; (*Για την συσσωρευμένη δύναμη στα σώματα*)
            xdist, ydist, dist, sqdist, pull: REAL;

(…Συνέχεια…)
```

Πρόβλημα Ν Σωμάτων σε Δακτύλιο 25 επεξεργαστών

```
BEGIN
  circ:= body; (*Αντιγραφή του μόνιμου τμήματος στο περιστρεφόμενο*)
  FOR i:= 1 TO partsize DO BEGIN
     force[i].x:= 0; force[i].y:= 0; END;
     FOR k:= 1 TO numproc DO BEGIN
          FOR i:= 1 TO partsize DO
                    FOR j:= 1 TO partsize DO
                    BEGIN (*Υπολογισμός της δύναμης που ασκείται από το σώμα j
                    στο σώμα i*)
                       xdist:= circ[j].x - body[i].x;
                       ydist:= circ[j].x - body[i].y;
                       distsq:= xdist*xdist + ydist*ydist;
                       dist:= Sqrt(distsq);
                       IF dist <> 0 THEN BEGIN
                            pull:= G * body[i].m * circ[j].m / distsq;
                            force[i].x:= force[i].x + pull*xdist/dist;
                           force[i].y:= force[i].y + pull*ydist/dist;
                       END;
                    END;
                    inchan[me MOD numproc + 1]:= circ; (*Αποστολή στα δεξιά*)
                    circ:= inchan[me]; (*Λήψη από τον αριστερό γείτονα*)
      END;
     result:= force; (*Τελική απάντηση στην πρωταρχική διεργασία*)
END;

BEGIN (*        Κυρίως πρόγραμμα*)
.... (*Αρχικοποίηση του πρωταρχικού πίνακα “bodies*)
FORALL i:= 1 TO numproc DO (*Δημιουργία των διεργασιών*)
                    (@i-1 PORT inchan[i]) FindForce(i, bodies[i], finalforce[i]);
END.
```

Ακολουθία δραστηριοτήτων κατά τη διάρκεια κάθε επανάληψης

- Υπολογισμός της δύναμης που ασκείται από όλα τα σώματα του περιστρεφόμενου τμήματος σε όλα τα σώματα του μόνιμου τμήματος.
- Αποστολή του τρέχοντος περιστρεφόμενου τμήματος στο δεξιό γείτονα.
- Λήψη του νέου περιστρεφόμενου τμήματος από τον αριστερό γείτονα.

Επικάλυψη χρόνου επικοινωνίας/υπολογισμού

```
PROCEDURE FindForce(me: INTEGER;body: parttype; (*Το μόνιμο τμήμα*)
                    VAR result: resulttype); (*Για την αποστολή των αποτελεσμάτων πίσω*)
VAR                 i, j, k: INTEGER;
                    circ: parttype; (*Περιστρεφόμενο τμήμα*)
                    force: resulttype; (*Για τη συσσώρευση της δύναμης στα σώματα*)
                    xdist, ydist, dist, distsq, pull: REAL;
BEGIN
                    circ:= body; (*Αντιγραφή του μόνιμου τμήματος στο περιστρεφόμενο*)
                    FOR i:= 1 TO partsize DO BEGIN force[i].x:= 0; force[i].y:= 0; END;
                    FOR k:= 1 TO numproc DO BEGIN
                                inchan[me MOD numproc+1]:= circ; (*Αποστολή στα δεξιά**)
                                FOR i:= 1 TO partsize DO     (*Φάση Υπολογισμού*)
                                            FOR j:= 1 TO partsize DO BEGIN
                                            (*Υπολογισμός της δύναμης που ασκείται από το σώμα j στο σώμα i*)
                                                        xdist:= circ[j].x - doby[i].x;
                                                        ydist:= circ[j].y - body[i].y;
                                                        distsq:= xdist*xdist + ydist*ydist;
                                                        dist:= Sqrt(distsq);
                                                        IF dist <> 0 THEN BEGIN
                                                                    pull:= G * body[i].m * circ[j].m/distsq;
                                                                    force[i].x:= force[i].x + pull*xdist/dist;
                                                                    force[i].y:= force[i].y + pull*ydist/dist;
                                                        END;
                                            END;
                                            circ:= inchan[me]; (*Λήψη από τον αριστερό γείτονα*)
                    END;
                    result:= force; (*Τελική απάντηση πίσω στην πρωταρχική διεργασία*)
END;
```

Πλεονεκτήματα Τοπολογικής Απεικόνισης

- Ιδεατή έναντι φυσικής τοπολογίας
- Μεγάλη συνδεσιμότητα $\Rightarrow$ Μικρότερη διάμετρος
- Μείωση των χρόνων για:
  - Δημιουργία,
  - αρχικοποίηση και
  - τερματισμό των διεργασιών

Τοπολογίες με χαμηλή συνδεσιμότητα μπορούν να απεικονιστούν σε τοπολογίες με υψηλή συνδεσιμότητα

Τοπολογίες κατά αύξουσα συνδεσιμότητα

- Γραμμή
- Δακτύλιος
- Πλέγμα δύο διαστάσεων
- Τόρος
- Πλέγμα τριών διαστάσεων
- Υπερκύβος
- Πλήρως Συνδεδεμένη

Ακολουθία κώδικα Gray 3-bits.

Gray[1]=0 (δυαδικό 000)
Gray[2]=1 (δυαδικό 001)
Gray[3]=3 (δυαδικό 011)
Gray[4]=2 (δυαδικό 010)
Gray[5]=6 (δυαδικό 110)
Gray[6]=7 (δυαδικό 111)
Gray[7]=5 (δυαδικό 101)
Gray[8]=4 (δυαδικό 100)

Απεικόνιση ιδεατής τοπολογίας σε φυσική τοπολογία

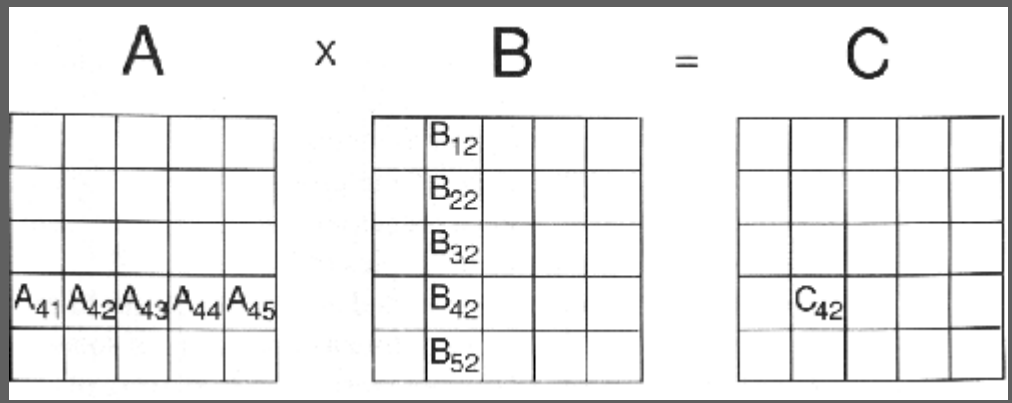
- Τοπολογία δακτυλίου

```
FORALL i:= 1 TO numproc DO (*Δημιουργία των διεργασιών*)
        (@i-1 PORT inchan[i]) Findforce(i, bodies[i], finalforce[i]);
```

- Τοπολογία υπερκύβου

```
FORALL i:= 1 TO numproc DO (*Δημιουργία των διεργασιών*)
        (@Gray[i] PORT inchan[i]) FindForce(i, bodies[i], finalforce[i]);
```

Επιμερισμός για τον Πολλαπλασιασμό Μητρών



Πολλαπλασιασμός Μητρών σε Τοπολογία Τόρου

```
VAR     myA, myB, myC: REAL
        i: INTEGER;
BEGIN
  myC:= 0;
  FOR i:= 1 TO 3 DO BEGIN
        myC:= myC + myA*myB;
        send myA to neighbor processor in leftward
rotation;
        send myB to neighbor processor in upward
rotation;
        receive new myA;
        receive new myB;
  END;
  write myC to master product array;
END;
```

Απλοποιημένος Πολλαπλασιασμός Μητρών

```
PROGRAM Matrixmult;
ARCHITECTURE TORUS(3);
CONST n=3;
VAR          A, B, C: ARRAY [0..n-1, 0..n-1] OF REAL; (*Αρχικοί πίνακες δεδομένων*)
             Achan, Bchan: ARRAY [0..n-1, 0..n-1] OF CHANNEL OF REAL;
             i, j: INTEGER;

PROCEDURE Multiply(row, col: INTEGER; myA, myB: REAL; VAR mainC: REAL);
VAR          iter, above, left: INTEGER;
             myC: REAL;
BEGIN
             IF row > 0 THEN above:= row-1 ELSE above:= n-1; (*Πάνω γείτονας*)
             IF col > 0 THEN left:= ol-1 ELSE left:=n-1; (*Αριστερός γείτονας*)
             myC:= 0;
             FOR iter:= 1 TO n DO BEGIN
                          Achan[row, left]:= myA; (*Αποστολή του myA στην αριστερή περιστροφή*)
                          Bchan[above, col]:= myB; (*Αποστολή του myB στην ανιούσα περιστροφή*)
                          myC:= myC + myA*myB;
                          myA:= Achan[row, col]; (*Λήψη του νέου myA*)
                          myB:= Bchan[row, col]; (*Λήψη του νέου myB*)
             END;
             mainC:= myC; (*Αποστολή της τελικής τιμής στην κύρια διεργασία*)
END;

BEGIN
  ... (*Αρχικοποίηση των τιμών των μητρών A και B*)
 FOR i:= 0 TO n-1 DO
   FOR j:= 0 TO n-1 DO   FORK(@i*n+j PORT Achan[i,j]; Bchan[i,j])   Multiply(i, j, A[i, (j+i) MOD n], B[(i+j) MOD n, j], C[i,j]);
END.
```

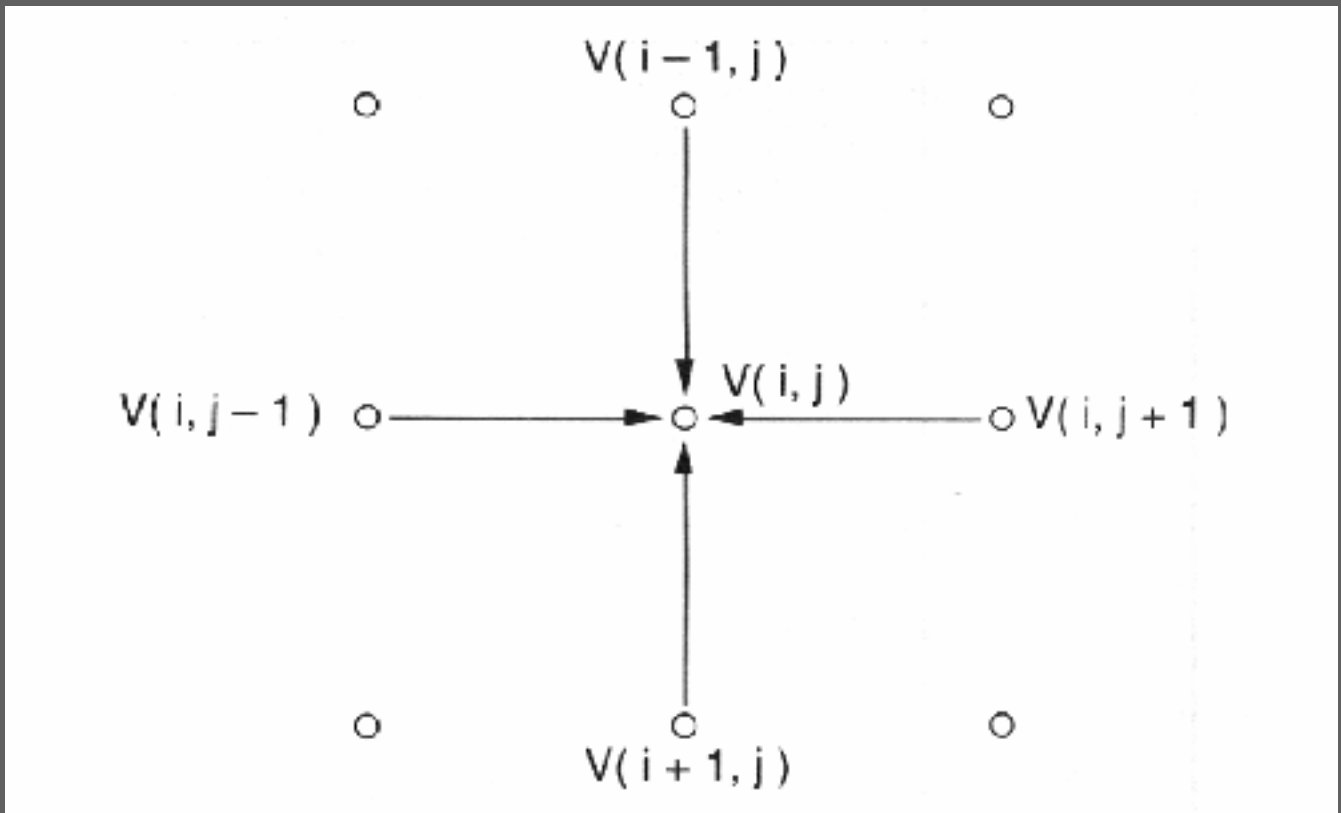
Πολλαπλασιασμός Μητρών σε Τόρο (Μ.Π)

```
PROGRAM Matrixmult;
ARCHITECTURE TORUS(7);
CONST       m= 7; (*Ο Τόρος έχει mxm επεξεργαστές*)
            p= 5; (*Το μέγεθος του τμήματος είναι pxp*)
TYPE        partition= ARRAY [1..p, 1..p] OF REAL;
            chantype= CHANNEL OF partition;
VAR         A, B, C: ARRAY [0..m-1, 0..m-1] OF partition; (*Αρχικοί πίνακες δεδομένων*)
            Achan, Bchan: ARRAY [0..m-1, 0..m-1] OF chantype;    (*Επικοινωνία*)
            i, j: INTEGER;

PROCEDURE Multiply(row,col:INTEGER; myA,myB: partition; VAR mainC: partition);
VAR         i, j, k, iter, above, left: INTEGER;
            myC: partition;
BEGIN
  IF row > 0 THEN above:= row-1 ELSE above:= m-1;
  IF col > 0 THEN left:= col-1 ELSE left:= m-1;
  FOR i:= 1 TO p DO
            FOR j:= 1 TO p DO
                        myC[i,j]:= 0;
  FOR iter:= 1 TO m DO BEGIN
            Achan[row,left]:= myA; (*Αποστολή του myA στην αριστερή περιστροφή*)
            Bchan[above,col]:= myB; (*Αποστολή του myB στην ανιούσα περιστροφή*)
            FOR i:= 1 TO p DO (*Πολλαπλασιασμός των A και B τμημάτων*)
                        FOR j:= 1 TO p DO
                                    FOR k:= 1 TO p DO
                                                myC[i,j]:= myC[i,j]+myA[i,k]*myB[k,j];
                                                myA:= Achan[row,col] (*Λήψη του νέου myA*)
                                                myB:= Bchan[row,col] (*Λήψη του νέου myB*)
  END;
```

Πολλαπλασιασμός Μητρών σε Τόρο (M.II)

```
 mainC:= myC; (*Εγγραφή του αποτελέσματος πίσω στην αρχική C*)
END;

BEGIN
   ... (*Αρχικοποίηση των τιμών για τις μήτρες A και B*)
   FOR i:= 0 TO m-1 DO
      FOR j:= 0 TO m-1 DO
         FORK(@i*m+j PORT Achan[i,j];Bchan[i,j])    Multiply(i, j, A[i, (j+i) MOD m], B[(i+j) MOD m, j], C[i,j]);
END.
```

Υπολογισμός της τιμής κάθε σημείου – Αλγόριθμος Jacobi



Ακολουθιακός αλγόριθμος του Jacobi

```
PROGRAM Jacobi;
CONST       n=32;
            tolerance= 0.1;
VAR         A, B: ARRAY [0..n+1,0..n+1] OF REAL;
            i,j : INTEGER;
            change,maxchange: REAL;
BEGIN
 .... (*Ανάγνωση των αρχικών τιμών για τον πίνακα A*)
B:= A;
REPEAT (*Υπολογισμός των νέων τιμών μέχρι να επιτευχθεί η επιθυμητή ανοχή*)
    BEGIN
            maxchange:= 0;
            FOR i:= 1 TO n DO
                    FOR j:=1 TO n DO BEGIN (*Υπολογισμός της νέας τιμής και της αλλαγής της σε σχέση
                                            με την παλιά τιμή*)
                            B[i,j]:= (A[i-1,j]+A[i+1,j]+A[i,j-1]+A[i,j+1])/4;
                            change:= ABS(B[i,j]-A[i,j]);
                            If change > maxchange THEN maxchange:= change;
                    END;
            A:= B;
     END;
UNTIL maxchange < tolerance;
END.
```

Παράλληλος αλγόριθμος του Jacobi

```
VAR myrow,downrow,uprow,newrow: ARRAY [0..n+1] OF REAL;
        j: INTEGER; done: BOOLEAN;
        maxchange: REAL;
BEGIN
        REPEAT
                FOR j:= 1 TO n DO (*Μέσος όρος των τεσσάρων γειτονικών σημείων*)
                newrow[j]:= (myrow[j-1]+myrow[j+1]+downrow[j]+uprow[j])/4;
                myrow:= newrow;
                Send myrow to neighbors above and below;
                Receive new copies of “downrow” and “uprow” from neighbors;
                Compute “maxchange” in my row;
                done:= Aggregate(maxchange<tolerance);  (*Έλεγχος τερματισμού*)
        UNTIL done;
END;
```

Jacobi Relaxation (M.I)

```
PROGRAM Jacobi;
ARCHITECTURE HYPERCUBE(5);
CONST       n=32; (*Αριθμός των επεξεργαστών*)
            d=5;  (*Διάσταση του Υπερκύβου*)
            numiter=2*d; (*Πλήθος των επαναλήψεων πριν τον έλεγχο τερματισμού*)
            tolerance=.1;
TYPE        rowtype= ARRAY [0..n+1] OF REAL;
VAR         A: ARRAY [0..n+1] OF rowtype;
            i: INTEGER;
            upchan,downchan: ARRAY [1..n] OF CHANNEL OF rowtype; (*Θύρες  επικοινωνίας*)
            GrayCode: ARRAY [1..n] OF INTEGER;
            inchan: ARRAY [0..n-1,1..d] OF CHANNEL OF BOOLEAN; (*Για την Συλλογή*)

FUNCTION Aggregate(mydone: BOOLEAN): BOOLEAN;
....(*Συνάρτηση Πολλαπλής Συλλογής από το σχήμα 8.11*)

PROCEDURE Updaterow(me: INTEGER; myrow: rowtype; VAR out: rowtype);
VAR         j,k: INTEGER; maxchange,change: REAL;
            newrow,uprow,downrow: rowtype;
            done: BOOLEAN;
BEGIN
            newrow[0]:= myrow[0]; newrow[n+1]:= myrow[n+1];
            IF me= 1 THEN downrow:= downchan[me];
            IF me= n THEN uprow:= upchan[me];
```

Jacobi Relaxation (M.II)

```
        REPEAT
                FOR k:= 1 TO numiter DO BEGIN(*Αρκετές επαναλήψεις πριν τον έλεγχο τερματισμού*)
                        IF me > 1 THEN
                                upchan[me-1]:= myrow; (*Αποστολή στον γείτονα me-1*)
                                IF me < n THEN BEGIN
                                        downchan[me+1]:= myrow; (*Αποστολή στον γείτονα me+1*)
                                        uprow:= upchan[me]; (*Λήψης της νέας uprow*)
                                END;
                                IF me > 1 THEN
                                  downrow:= downchan[me]; (*Λήψη της νέας downrow*)
                                  maxchange:= 0;
                                  FOR j:= 1 TO n DO BEGIN
                                     (*Υπολογισμός του μέσου όρου των γειτονικών σημείων*)
                                     newrow[j]:= (myrow[j-1]+myrow[j+1]+downrow[j]+uprow[j])/4;
                                     change:= ABS(newrow[j]-myrow[j]);
                                     IF change > maxchange THEN maxchange:= change;
                                  END;
                                  myrow:=newrow;
                END;
                done:= Aggregate(maxchange < tolerance); (*Έλεγχος τερματισμού*)
        UNTIL done;
        out:= myrow; (*Εγγραφή των τελικών αποτελεσμάτων στο F*)
END;

BEGIN
... (*Αρχικοποίηση των τιμών για τον πίνακα A*)
  (*Αρχικοποίηση του πίνακα GrayCode για τον Υπερκύβο*)
  downchan[1]:= A[0]; upchan[n]:= A[n+1]; (*Καθορισμένες οριακές τιμές
FORALL i:= 1 TO n DO
                (@GrayCode[i] PORT upchan[i]; downchan[i]; inchan[GrayCode[i]])     Updaterow(i, A[i], A[i]);
END.
```

Συνάρτηση Πολλαπλής Συλλογής Aggregate

```
FUNCTION Aggregate(mydone: BOOLEAN): BOOLEAN;
VAR             mynum, partner, bitvalue, stage: INTEGER;
                hisdone: BOOLEAN;
BEGIN
 mynum:=%SELF; (*Λήψη του αριθμού επεξεργαστή*)
 bitvalue:= 1;
 FOR stage:= 1 TO d DOBEGIN
    IF mynum DIV bitvalue MOD 2 = 0 (*Υπολογισμός του ζεύγους*)  THEN partner:= mynum+bitvalue
   ELSE partner:= mynum-bitvalue;
   inchan[partner, stage]:= mydone; (*Αποστολή του mydone  στο ταίρι*)
   hisdone:= inchan[mynum, stage]; (*Λήψη του hisdone από το ταίρι*)
   mydone:= mydone AND hisdone;
  bitvalue:= 2*bitvalue (*Μετατόπιση προς την επόμενη  θέση bit*)
 END;
Aggregate:= mydone;
END;
```